Université Mohammed Premier
Ecole Nationale des Sciences Appliquées d'Al-Hoceima
Département de Mathématiques et d'Informatique

Devoir surveillé Analyse 4

Mardi 24 avril 2018, durée : 1h30.

CP2, Semestre 4. Année universitaire : 2017-2018

N.B: il sera tenu compte de **la rédaction** des réponses. **F.MORADI**

Exercice 1: (6 points)

1- *Calculer les intégrales suivantes :*

4pt

$$I = \int_2^3 \frac{2}{x^2-1}\,dx\,, \qquad J = \int_0^{\sqrt{3}} \mathrm{Arctan}x\,dx,$$

$$K = \int_0^{\pi} \sqrt{1-(\sin x)^2}\,dx\,, \qquad L = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \frac{(\cos x)^3}{(2+\sin x)^2}\,dx$$

2- Calculer les limites suivantes :

2pt

$$M = \lim_{x\to+\infty} \int_x^{2x} e^{-t^2}\,dt\,,$$

$$N = \lim_{x\to+\infty} e^{-x^2}\int_0^x e^{t^2}\,dt$$

Exercice 2 : (9 points)

1pt 1- *Montrer que :*

$$\forall x \epsilon \mathbb{R}^+ : \quad \ln(1+x) \le x$$

2pt 2- *Montrer que :*

$$\lim_{n\to+\infty} \int_0^n \left(1+\frac{x}{n}\right)^n e^{-2x}\,dx = 1$$

1pt 1.5pt	3- *Soit* $\left(f_n(x)\right)_{n\geq 1}$ *une suite de fonctions définies par :* $$f_n(x) = \frac{ln\left(1+\frac{x}{n}\right)}{x(1+x^2)}$$ a- *Montrer que la fonction* f_n *est intégrable sur* $\mathbb{R}_+^*$. b- *Etudier la limite :* $$\lim_{n\to+\infty} n\int_0^{+\infty} f_n(x)\,dx$$
0,5 2pt 1pt	4- Soit $g(x) = ln(1+x)$ *pour* $x\epsilon[0,+\infty[$. a- *Montrer que :* $$\forall x\epsilon[0,1]:\ g(x) = \int_0^1 \frac{x}{1+xy}\,dy$$ b- *En utilisant le théorème de Fubini calculer:* $$P = \int_0^1 \frac{ln(1+x)}{1+x^2}\,dx$$ c- *En déduire la valeur de :* $$Q = \int_0^1 \frac{Arctanx}{1+x}\,dx$$
3pt 2pt	**<u>Exercice 2 : (5 points)</u>** 1- Calculer les intégrales doubles suivantes : $A = \int_1^{\sqrt{b}}\left(\int_y^{y^2}\cos\left(\frac{\pi x}{2y}\right)dx\right)dy$, $B = \int_0^1\left(\int_0^x x^2e^{xy}dy\right)dx$ 2- Calculer l'aire du domaine D limité par les paraboles : $y = x^2$ et $y = 5-\frac{x^2}{4}$ et $-2\leq x\leq 2$.

BONNE CHANCE